МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Республики Крым
«Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова»
(ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова)

Кафедра технологии машиностроения

СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДАЮ
Руководитель ОПОП	Заведующий кафедрой
_____________ Э.Р. Ваниев	_____________ Э.Ш. Джемилов
17 марта 2026 г.	17 марта 2026 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по «Теории автоматического управления»

направление подготовки
15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
профиль «Программа широкого профиля»

факультет инженерно-технологический

Симферополь, 2026 г.

Лист согласования
методических рекомендаций
по теории автоматического управления

Составитель методических рекомендаций

___________ _Э.Ш. Джемилов, зав. каф., канд. техн. наук, доцент___
(подпись) *(инициалы, фамилия, должность, ученая степень, звание (при наличии))*

Методические рекомендации рассмотрены и одобрены на заседании кафедры ___технологии машиностроения_____
(протокол от «_11_» ___03___ 2026 г.№ _11_)

Заведующий кафедрой ___________ ____Э.Ш. Джемилов_____
(подпись) *(инициалы, фамилия)*

Методические рекомендации рассмотрены и одобрены на заседании УМК факультета ____инженерно-технологического_________
(протокол от «_17_» ___03____ 2026 г.№ _5_)

Председатель УМК ____________ ____Э.Р. Шарипова_____
(подпись) *(инициалы, фамилия)*

Методические рекомендации рекомендованы к использованию ученым советом факультета ____инженерно-технологического______
(протокол от «_24_» ___03____ 2026 г.№ _8_)

Председатель ученого совета факультета ___________ ___А.И. Алиев___
(подпись) *(инициалы, фамилия)*

Оглавление

Часть 1. Основные функции и приемы, необходимые для расчета.

1. *Определение переменных и функции.*

Для определения переменной курсором мыши указывается место на рабочем листе или клавишами перемещения с клавиатуры.

Вводится имя переменной (например ***x***).

Добавляется знак присвоения «***:=***», нажав ***Shit* + *;*** (или на панели инструментов пункт :=).

Задается значение переменной с клавиатуры.

Например, присвоим $\dfrac{3 \cdot \sqrt{2}}{4}$.

Для этого после знака присвоения вводится с клавиатуры «/» (или на панели инструментов пункт /) .	$x := \frac{\blacksquare}{\blacksquare}$
Вводится с клавиатуры «3*» .	$x := \frac{3 \cdot \blacksquare}{\blacksquare}$
Вводится с клавиатуры «\\» (или на панели инструментов пункт √).	$x := \frac{3 \cdot \sqrt{\blacksquare}}{\blacksquare}$
Вводится с клавиатуры «2».	$x := \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\blacksquare}$
Щелкают мышкой на черный нижний прямоугольник (playsehold) и вводится с клавиатуры «4».	$x := \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{4}$
Нажимается ***Enter*** или щелкают мышью рядом с прямоугольной областью.	$x := \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{4}$
Вызов значение переменной из MathCAD. Для этого набирается ее имя (***x***), знак равенства (=) и нажимается ***Enter***.	$x := \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{4}$ $x = 1.061$

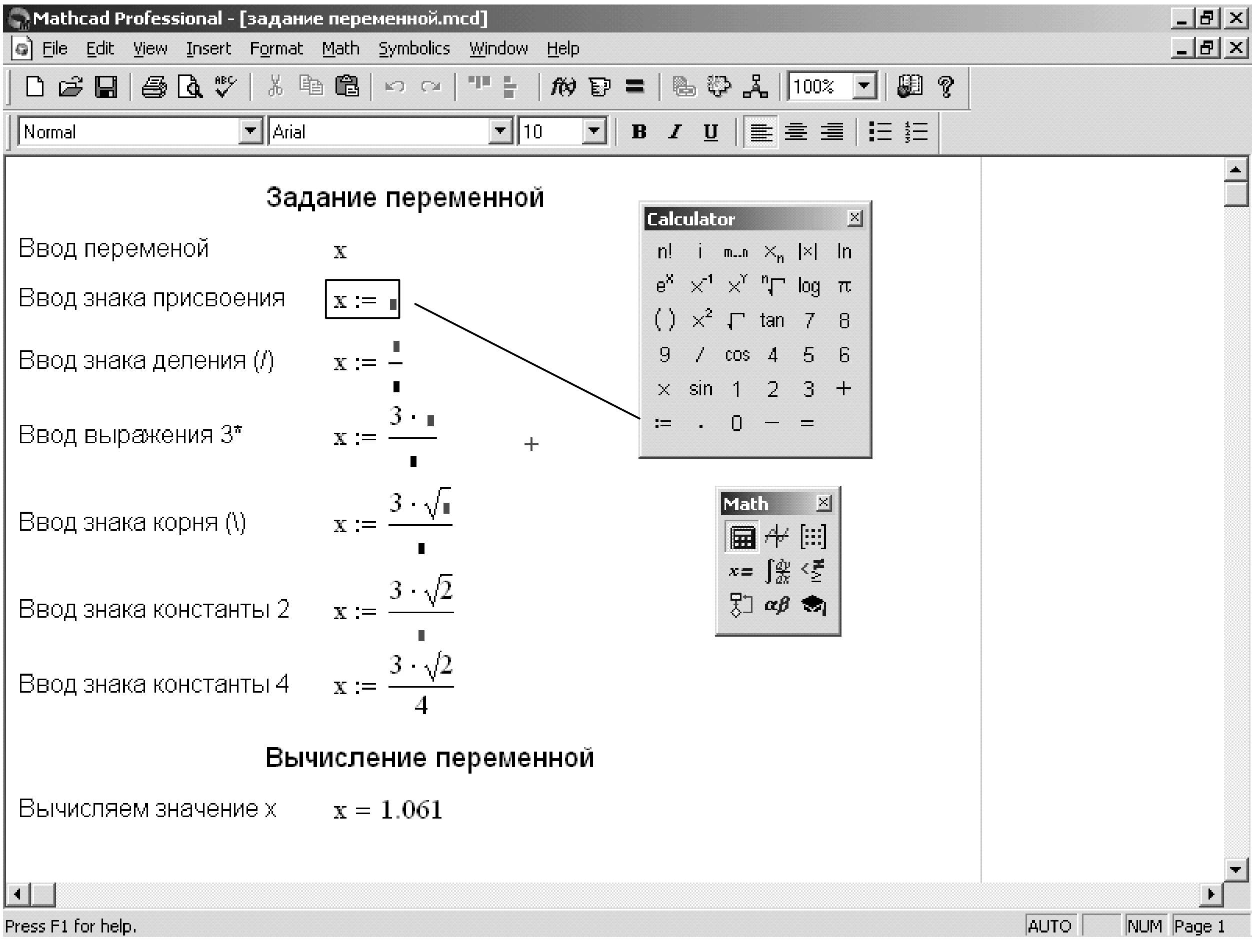


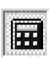
Рисунок 1. Пример ввода и вычисления переменной в среде MathCAD.

Для определения функции курсором мыши указывается место на рабочем листе или клавишами перемещения с клавиатуры.

Набирается с клавиатуры имя функции (например, ***f(x)***).

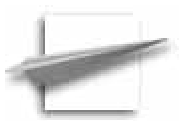
Добавляется знак присвоения «***:=***».

Задается формула функции, (например $x^2 + 2 \cdot x + 1$).

Для этого после знака присвоения вводится с клавиатуры «+».	f(x) := ▮ + ▮
Еще раз вводится с клавиатуры «+».	f(x) := ▮ + ▮ + ▮
Вводится с клавиатуры «***x***».	f(x) := x + ▮ + ▮
Нажимается одновременно ***Shit* + *6*** или на панели инструментов  пункт 	f(x) := x▮ + ▮ + ▮
Вводится с клавиатуры «***2***».	f(x) := x² + ▮ + ▮

Щелкается мышкой черный прямоугольник справа и вводится с клавиатуры «*2**».	$f(x) := x^2 + 2 \cdot \blacksquare + \blacksquare$
Вводится с клавиатуры «*x*».	$f(x) := x^2 + 2 \cdot x + \blacksquare$
Щелкается мышкой черный прямоугольник справа, вводится с клавиатуры «1» и нажимается ***Enter***.	$f(x) := x^2 + 2 \cdot x + 1$
Вычисление значения функции при *x:=2* **Способ 1**. Ниже определения функции набирается с клавиатуры ***f(2)=*** и нажимается ***Enter***. **Способ 2.** Ниже определения функции набирается с клавиатуры ***x:=2*** и нажимается ***Enter***, затем ***f(x)=*** и нажимается ***Enter***.	$f(x) := x^2 + 2 \cdot x + 1$ $f(2) = 9$ $f(x) := x^2 + 2 \cdot x + 1$ $x := 2$ $f(x) = 9$

1. Равенство для определения (:=)



Щелкните где-нибудь в выражении и нажмите **“:”** (ключ двоеточия).

… назначает тому, что слева. $x := \dfrac{3 \cdot \sqrt{2}}{4}$ **Присваивает то, что справа …**

Оценивает то, что находится справа ":=" и назначает результат на то, что находится слева ":=".

Вы не можете поместить число или выражение слева от **":="**. Безусловно - налево от ":=" должно быть простая переменная (по названию (имени), матрица или функция).

Любые переменные или функции, которые Вы используете справа, должны были быть определены ранее. Например, если тип "y:=x+1=" и Вы не определили "x", будет невозможно назначить любое число с **y**. Когда это случается, Вы увидите соответствующее сообщение об ошибке.

2. Символическое равенство (ctrl + .) (→)

Использование символического равенства позволяет упростить выражение:

$\frac{d}{dx}x^3 \cdot \sin(x)$ Войдите в выражение, которое Вы хотите упростить.

$\frac{d}{dx}x^3 \cdot \sin(x) \rightarrow$ нажмите «Ctrl+.» и MathCAD отобразит стрелку.

$\frac{d}{dx}x^3 \cdot \sin(x) \rightarrow 3 \cdot x^2 \cdot \sin(x) + x^3 \cdot \cos(x)$ Щелкните вне выражения, или нажмите **Enter**. MathCAD отобразит преобразованное выражение справа от стрелки.

Другие данные о символическом равенстве:

- Это - живой оператор, следовательно, если Вы прозведете изменение (замену) где-нибудь выше или слева от него, MathCAD модернизирует результат.
- Он "знает" о предварительно определенных функциях и переменных и использует их везде, где необходимо. Однако Вы можете вызвать символическое равенство и игнорировать предшествующие определения.
- Он обращается к полному выражению. Вы не можете, например, использовать символическое равенство для преобразования части выражения.

3. Команда SIMPLIFY – упрости.

Используется для выполнения основных алгебраических упрощений и применения тригонометрических функций и обратных тождеств.

- Упрощает неопределенные выражения; реальные, необходимо, ключевое слово ***Simplify*** с ***assume=real***.
- Упрощает неопределенные выражения; реальны и между значениями ***a*** и ***b***, следуют, ключевое слово ***Simplify*** с ***assume=RealRange (a, b)***, где ***a*** и ***b*** - реальные числа или бесконечность.
- Упрощает тригонометрические выражения, применяя только следующие тождества:

$\sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1$

$\cos(x)^2 - \sin(x)^2 = 1$

$$\frac{\frac{r+s}{s}+\frac{s}{r-s}}{\frac{s}{r-s}}\ \text{simplify} \rightarrow \frac{r^2}{s^2}$$

Вы можете также упростить результат, используя команду ***Simplify*** на меню ***Symbolics*** или использовать панель инструментов ***Symbolics Keyword***, для получения вышеупомянутых результатов.

4. Команда COLLECT – собери.

Позволяет выделить переменную или функцию.

$$x^2 - a\cdot y^2\cdot x^2 + 2\cdot y^2\cdot x - x + x\cdot y\ \text{collect}, x\ \rightarrow \left(-a\cdot y^2 + 1\right)\cdot x^2 + \left(y + 2\cdot y^2 - 1\right)\cdot x$$

$$x^2 - a\cdot y^2\cdot x^2 + 2\cdot y^2\cdot x - x + x\cdot y\ \text{collect}, y\ \rightarrow \left(-a\cdot x^2 + 2\cdot x\right)\cdot y^2 + x\cdot y + x^2 - x$$

$$\frac{A}{2\cdot s+1}+\frac{B}{3\cdot s+1}+\frac{C}{4\cdot s+1}\ \left|\begin{array}{l}\text{simplify}\\ \text{collect}, s\end{array}\right. \rightarrow \frac{\left[(6\cdot C+8\cdot B+12\cdot A)\cdot s^2+(5\cdot C+6\cdot B+7\cdot A)\cdot s+C+B+A\right]}{[(2\cdot s+1)\cdot(3\cdot s+1)\cdot(4\cdot s+1)]}$$

5. Команда SUBSTITUTE - замена переменной.

Заменяет переменную на другую переменную, выражение или число:

1. Напечатайте выражение, содержащее переменную, которая будет заменена.
2. Нажмите ***«Ctrl+Shift+.»***, чтобы вставить метку-заполнитель и символическое равенство (→).
3. Добавьте ключевое слово ***substitute***.
4. Напечатайте запятую, сопровождаемую уравнением типа ***var1=var2***, где ***var1*** должен быть заменен ***var2***. Используйте ***«Ctrl+=»*** для равенства.
5. Нажмите ***Enter***, чтобы увидеть результат.

$$W(s) := 5 + 2s + 6s^2$$

$$W(s)\ \text{substitute}\ , s = w\cdot j\ \rightarrow 5 + 2\cdot w\cdot j + 6\cdot w^2\cdot j^2$$

Это действие может иногда оканчиваться неуправляемым выражением. Чтобы упростить результат, примените ключевое слово **symplify**.

Обратите внимание, что эта команда применяется только для замены переменной выражением. Вы не можете использовать его, чтобы заменить одно выражение другим. Чтобы заменять одно выражение другим, используйте ***Cut*** и ***Paste*** команды меню ***Edit***.

6. Команда FACTOR – "сверни".

Ключевого слова используется, чтобы преобразовать выражение в готовое изделие. ***Factor*** преобразует:

- полиномиал в изделие полиномиалов
- целое число в изделие простые числа
- сумму рациональных выражений в единственную дробь

К свертке на радикале, применяйте ключевого слово ***factor*** с запятой и радикалом или несколькими радикалами, отделенными запятыми.

7. Команда EXPAND – раскрой скобки.

Позволяет раскрыть скобки с заменой переменной на ее числовое значение.

$$(a+b)^3 \text{ expand } \rightarrow a^3 + 3\cdot a^2\cdot b + 3\cdot a\cdot b^2 + b^3$$

$$x := 3$$

$$(x+1)\cdot(x-1) \text{ expand } \rightarrow 8$$

$$\left(s^2 + 2\cdot s + 2\right)\cdot\left(s^2 + s + 1\right) \text{ expand } \rightarrow s^4 + 3\cdot s^3 + 5\cdot s^2 + 4\cdot s + 2$$

8. Команда FLOAT – округление с плавающей точкой.

Ключевое слово ***float*** используется, чтобы Mathcad возвращал число с плавающей точкой, а не символьный результат всякий раз, когда это необходимо.

Отобразите результат в символической форме... $2\cdot \mathrm{acos}(0) \rightarrow \pi$

Определите сколько цифр необходимо показать (добавьте ключевое слово ***float*** с целым числом через запятую).

... и как число с плавающей точкой: $2 \cdot \mathrm{acos}(0)\ \mathrm{float}, 15\ \to 3.14159265358979$

Возможна очень высокая точность:

$e\ \mathrm{float}, 40\ \to 2.718281828459045235360287471352662497757$

9. Команда COMPLEX – составная величина.

Обычно, MathCAD возвращает символьные вычисления в упрощенном виде. Иногда, особенно при работе с комплексными числами, более удобно видеть результаты, разделенные на реальную и мнимую части. Используйте ключевое слово **complex,** и MathCAD возвратит результаты в комплексной форме (a+i*b) всякий раз, когда это необходимо.

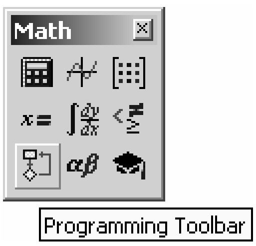
$e^{1i \cdot n \cdot \theta}\ \mathrm{complex} \to \cos(n \cdot \theta) + 1i \cdot \sin(n \cdot \theta)$

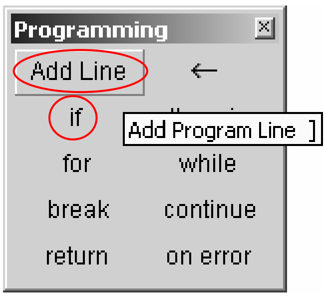
10. Функция "DEG".

Функция ***deg*** помогает перевести градусы в радианы и наоборот.

rad := grad*deg; drad := rad/deg

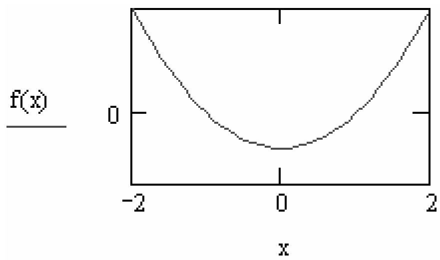
11. Операторы программирования

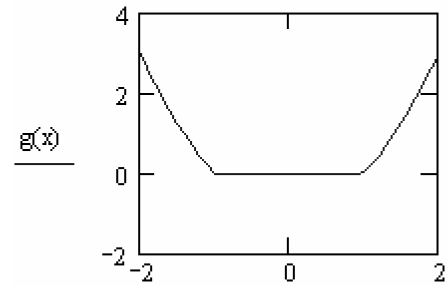




Эти операторы находятся в панели инструментов под названием "Programming Toolbar" .

a. **Оператор "IF"** предназначен для записи условий, типа $g(x) := \mathrm{if}(f(x) > 0, f(x), 0)$





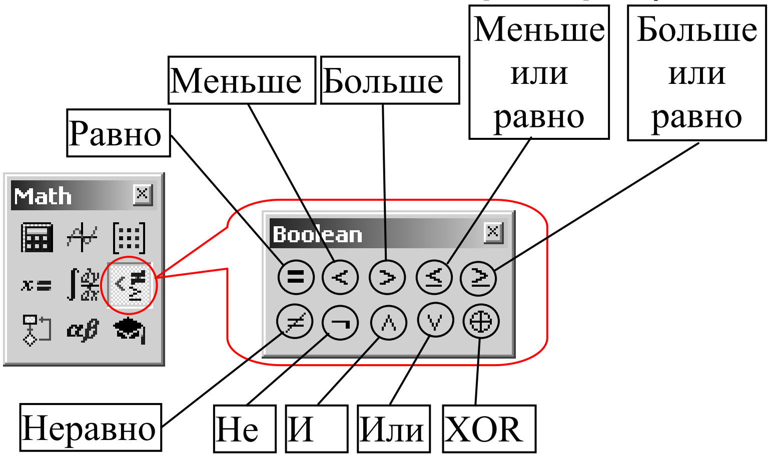
b. **Оператор "ADD LINE"** создает новую строку в программе или создает подпрограмму, добавляя новое поле для ввода данных.

Например $f(x) := \left| \begin{array}{l} 0 \ \ \text{if} \ \ |x| > 2 \\ \blacksquare \end{array} \right.$

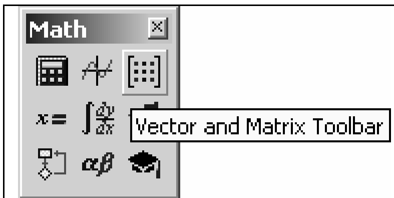
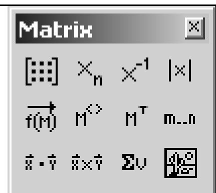
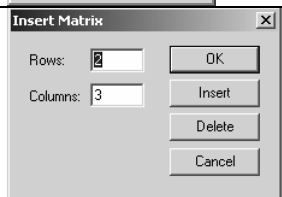
c. **Оператор "OTHERWISE"** аналогичен оператору "Else" в классических языках программирования, т.е. условие стоящее перед ним выполняется, если не выполняется никакое другое условие из описанных выше.

d. Например
$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } |x| > 2 \\ \sqrt{4 - x^2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

12. Логические операторы (=, <, >, ≤, ≥, ≠, ¬, ^, v).



12. Матричные операторы.

	Вызываем панель инструментов вектор и матрица.	
Matrix or Vector Ctrl+M	1. Создание матрицы или вектора. (Rows – количество строк, Columns – столбцов).	
Subscript [	2. Создание индекса.	
Inverse	3. Вычисление обратной матрицы	$X := A^{-1} \cdot B$
Determinant |	4. Вычисление определителя.	$\|A\| = -1$
Vectorize Ctrl+-	5. Создание вектора из матрицы.	
Matrix Column Ctrl+6	6. Выделение столбца матрицы.	
Matrix Transpose Ctrl+1	7. Транспонирование матрицы.	
Range Variable ;	8. Определение области значения переменной.	
Dot Product *	9. Скалярное произведение.	
Cross Product Ctrl+8	10. Векторное произведение.	
Vector Sum Ctrl+4	11. Векторная сумма.	

Пример

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}$$

$$|A| = -1 \qquad X := A^{-1} \cdot B$$

$$X = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad A \cdot X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}$$

13. Решение систем уравнений с использованием "GIVEN" и "FIND".

Этот метод решает систему методом перебора или прогонки, в отличие от решения через матрицы при этом методе решение будет всегда. Позволяет решать сложные нелинейные функции и неравенства.

$x := 1 \;\; y := 1$

Given

$x^2 + y^2 = 6$

$x + y = 2$

$$\mathrm{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} -0.414 \\ 2.414 \end{pmatrix}$$

- Задаем начальные значения.
- Пишем ключевое слово "Given".
- Задаем первое условие.
- Задаем второе условие.
- Производим решение системы

$A := 1 \qquad B := 1$

Given

$3 \cdot A = 6$

$A + B = 3$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, B)$$

$A = 2 \quad B = 1$

$A := 1 \qquad B := 1 \qquad C := 1$

Given

$6 \cdot C + 8 \cdot B + 12 \cdot A = 0$

$5 \cdot C + 6 \cdot B + 7 \cdot A = 2$

$C + B + A = 3$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, B, C)$$

$A = 4 \quad B = -21 \qquad C = 20$

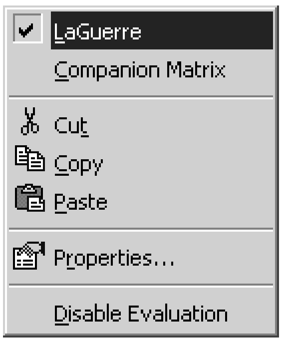
14. Решение уравнения ("ROOT" и "POLYROOTS").

Функция ***root*** предназначена для нахождения одного корня ближайшего к указанному значению или в указанном диапазоне значений переменной.

$x := 0$ $f(x) := \frac{1}{2}x^3 - 6x^2 + 2x + 4$ $root(f(x), x) = -0.653$	$f(x) := \frac{1}{2}x^3 - 6x^2 + 2x + 4$ $root(f(x), x, 1, 2) = 1.057$

Функция ***polyroots*** предназначена для нахождения всех корней указанного полинома.

$$g(x) := 3x^5 - 4x^3 - x + 7$$



Для решения необходимо задать матрицу столбец коэффициентов при степенях переменной.

Нахождение корней полинома может осуществляться двумя методами: ***методом Гаусса*** и методом **Дружественной матрицы**. Для перехода от одного метода к другому необходимо щелкнуть правой кнопкой мыши по функции ***polyroots*** и выбрать необходимый вам метод.

Метод Гаусса	Метод Дружественной матрицы
$polyroots\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -0.674208826811809 \\ -0.350460433194259 - 0.901219817539807i \\ -0.350460433194253 + 0.901219817539829i \\ 0.758993418028701 - 0.322135148287133i \\ 0.758993418028764 + 0.32213514828711i \end{pmatrix}$	$polyroots\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -0.674208826811809 \\ -0.350460433194301 + 0.90121981753983i \\ -0.350460433194301 - 0.90121981753983i \\ 0.758993418028777 + 0.322135148287243i \\ 0.758993418028777 - 0.322135148287243i \end{pmatrix}$

15. Прямое и обратное преобразование Лапласа. ("LAPLACE" и " INVLAPLACE")

Щелкните на преобразуемую переменную ***t.***

1. Выбрать ***Transform*** $\Rightarrow$ ***Laplace*** из меню ***Symbolics***.
2. Mathcad возвратит преобразование Лапласа, используя ***s*** как комплексную величину:

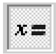
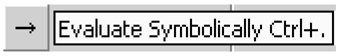
$\exp(-a \cdot t) \Rightarrow \dfrac{1}{s+a}$	$\sin(b \cdot t) \Rightarrow \dfrac{b}{\left(s^2+b^2\right)}$

Обратное преобразование Лапласа в MathCAD можно реализовать следующим образом:

Способ №1. Использование методики применяемой при решении в ручную, но с использованием нескольких функций процесс.

Определяем функцию	$Y(s) := \dfrac{8 \cdot \left(s^2-1\right)}{\left(2 \cdot s^2+s-1\right) \cdot (s+1)^2}$
Определяем корни в числителе. Решаем уравнение. $2 \cdot s^2+s-1=0$	$a := 2 \quad b := 1 \quad c := -1$ $d := b^2-4 \cdot a \cdot c \qquad d = 9$ $a \cdot s^2+b \cdot s+c \text{ factor } \rightarrow (s+1) \cdot (2 \cdot s-1)$
Вводим дополнительные коэффициенты $\dfrac{A}{2s-1}+\dfrac{B}{s+1}+\dfrac{C}{(s+1)^2}+\dfrac{D}{(s+1)^3} \left\vert \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{collect}, s \end{array} \right. \rightarrow$ $\dfrac{\left[(A+2 \cdot B) \cdot s^3+(3 \cdot A+3 \cdot B+2 \cdot C) \cdot s^2+(C+3 \cdot A+2 \cdot D) \cdot s-C-B+A-D\right]}{\left[(2 \cdot s-1) \cdot (s+1)^3\right]}$	
Решаем систему уравнений	$a := 1 \quad b := 1 \quad c := 1 \quad d := 1$ Given $a+2 \cdot b=0$ $3 \cdot a+3 \cdot b+2 \cdot c=8$ $c+3 \cdot a+2 \cdot d=0$ $-c-b+a-d=-8$ $Y := \text{Find}(a, b, c, d)$ $Y = \begin{pmatrix} -1.778 \\ 0.889 \\ 5.333 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad a := Y_0 \quad b := Y_1 \quad c := Y_2 \quad d := Y_3$
Проводим обратное преобразование Лапласа.	$\dfrac{a}{2s-1}+\dfrac{b}{s+1}+\dfrac{c}{(s+1)^2}+\dfrac{d}{(s+1)^3} \text{ invlaplace}, s \rightarrow$

	$\frac{16}{3}\cdot t\cdot \exp(-t)+\frac{8}{9}\cdot \exp(-t)-\frac{8}{9}\cdot \exp\left(\frac{1}{2}\cdot t\right)$

Способ №2. Написать после вашей функции ***invlaplace,s*** (если s оператор Лапласа), затем нажимаем на , потом на , тогда можно получить примерно следующее.

$$\frac{1}{s-a}+\frac{1}{s^2-b^2}+1\ \text{invlaplace}, s \rightarrow \exp(a\cdot t)+\frac{1}{(2\cdot b)}\cdot \exp(b\cdot t)-\frac{1}{(2\cdot b)}\cdot \exp(-b\cdot t)+\Delta(t)$$

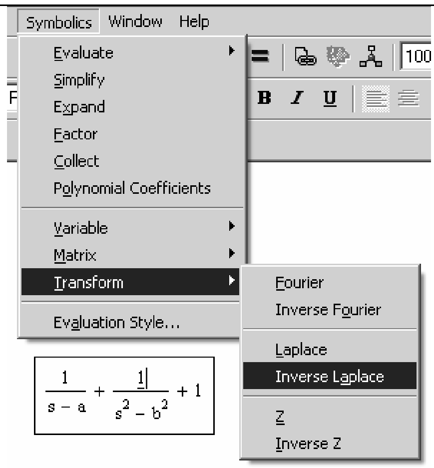


Рисунок 1.

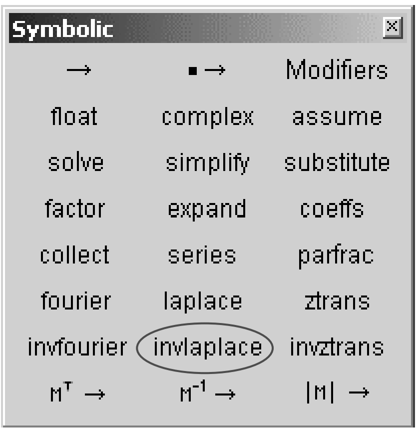
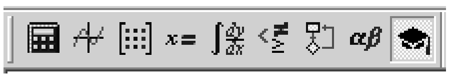


Рисунок 2.

Способ №3. Поместить курсор в преобразуемое выражение, найти пункт в ниспадающем меню, для английской веси ***Symbolics/ Transform/ Inverse Laplace*** (см. рисунок 1).

$$\frac{s}{s^2+b^2} \Rightarrow \cos(b\cdot t)$$

$$\frac{s}{s+a} \Rightarrow -a\cdot \exp(-a\cdot t)+\text{Dirac}(t)$$

Способ №4. Найти панель  и щелкнуть на соответствующем значке  после этого на экране появится соответствующая форма (см. рисунок 2). Помещаем курсор в преобразуемое выражение, а затем находим на этой форме соответствующий пункт ***invlaplace***.

16. Построение переходной характеристики.

Переходная характеристика ***h(t)*** оценивает реакцию звена на единичное ступенчатое воздействие ***1(t)*** при нулевых начальных условиях. С помощью ***h(t)*** может быть получена достаточно надежная оценка статического коэффициента передачи и времени перехода.

При известной передаточной функции ***W(s)*** переходная характеристика определяется через обратное преобразование Лапласа:

$h(t) = L^{-1}\{ W(s) /s \}$

Импульсная характеристика (весовая характеристика) ***w(t)*** оценивает реакцию звена на единичный импульс ***δ(t)*** при нулевых начальных условиях. Так как ***δ(t)*** представляет собой производную от ***1(t),*** импульсная характеристика ***w(t)*** выражается через переходную характеристику:

$w(t) = dh(t) /dt$

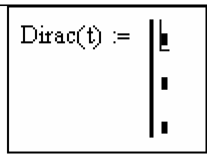
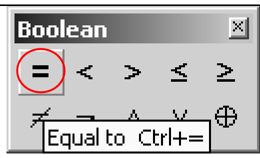
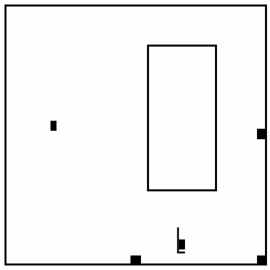
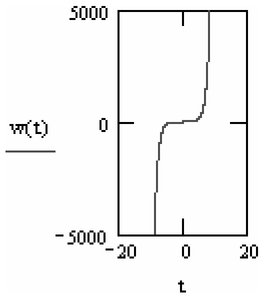
$w(t) = L^{-1}\{ W(s) \}$

После преобразования необходимо построить график. Лучше всего написать ***w(t):=*** и присвоить (дописать наше полученное выражение или скопировать и вставить после знака равно). Получится примерно следующее: $w(t) := \exp(a \cdot t) + \frac{1}{(2 \cdot b)} \cdot \exp(b \cdot t) - \frac{1}{(2 \cdot b)} \cdot \exp(-b \cdot t) + \Delta(t)$.

Далее необходимо построить ее график.

17. Dirac Delta (Единичный импульс) функция

Если вы получите функцию ***Δ(t)*** или ***Dirac(t),*** то вам необходимо будет определить ее прежде вашей функции ***w(t)*** следующим образом. Это функция Дирака или единичный импульс ***δ(t).***	$\Delta(t) := \begin{vmatrix} 0 & \text{if } t < 0 \\ 1 & \text{if } t = 0 \\ 0 & \text{if } t > 0 \end{vmatrix}$
Для её построения нам потребуется форма Programming Toolbar, а именно ***Add Line*** и ***if***. Первоначально функция будет примерно такой. После нажатия ***Add Line*** примет следующий вид,	Dirac(t) := ▮ Dirac(t) := ▮ ▮

еще раз нажимаем ***Add Line*** и получаем три строки.	
Далее набираем в первой строке 0, нажимаем на ***if*** и набираем ***t<0***, щелкаем на вторую строку, добавляем ***1 if t.*** Затем вызываем форму Boolean Toolbar, выбираем вставку равно (=) (см. рисунок 4), добавляем ***0***, переходим на следующую строку и по аналогии добавляем ***0 if t>0***. В итоге получаем следующее выражение. Следующий этап получение графика. Вызываем форму Graph Toolbar, где выбираем линейный график X-Y Plot Shift+2 (см. рисунок 5). Набираем ***t*** по оси абсцисс и ***w(t)*** по оси ординат и нажимаем ВВОД (↵Enter) или щелкаем мышью вне графика, если все верно, то MathCAD немедленно его отобразит (см. рисунок 6).	 Рисунок 4. $\mathrm{Dirac}(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t<0 \\ 1 & \text{if } t=0 \\ 0 & \text{if } t>0 \end{cases}$  Рисунок 5.  Рисунок 6.

Определена как $\mathrm{Dirac}(x) = 0$ если $x \neq 0$ и $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Dirac}(x)\,dx = 1$

Символьное вычисление:

$\mathrm{Dirac}(1)$ равно 0	$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Dirac}(t)\,dt$ равно 1
$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Dirac}(t)\cdot f(t)\,dt$ равно f(0)	$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Dirac}(t-a)\cdot f(t)\,dt$ равно f(a)

Преобразование:

1 при преобразовании Фурье $2 \cdot \pi \cdot \mathrm{Dirac}(\omega)$

1 при обратном преобразовании Лапласа $\mathrm{Dirac}(t)$

Ф(t) при преобразовании Фурье $\pi \cdot \mathrm{Dirac}(\omega) - \frac{1i}{\omega}$

где Ф - функция шага Хевисайда

Производные:

$\mathrm{Dirac}(n, 1)$ равна 0

$\frac{d}{dt}\mathrm{Dirac}(n, t)$ равна $\Delta(n+1, t)$, т.е. Dirac(n+1, t)

$\mathrm{Dirac}(n, t)$ при преобразовании Лапласа s^n

18. Построение амплитудночастотной характеристики (АЧХ и ЛАЧХ)

Частотные характеристики – это наиболее распространенное средство описания динамических свойств систем автоматического регулирования. Аналитически частотные характеристики могут быть получены на основе заданной передаточной функции ***W(s).*** После подстановки ***s=jw,*** получим частотную передаточную функцию ***W(jw),*** которая в общем случае представляет собой комплексное выражение от действительной переменной ***w*** и может быть записана в алгебраическом или показательном видах:

W(jw) = U(w) + j*V(w) = A(w)*$e^{j*\phi(w)}$,

где U(w) – действительная часть функции;

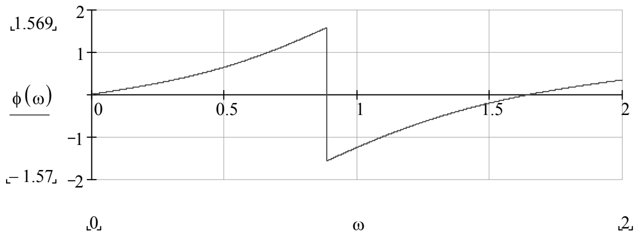
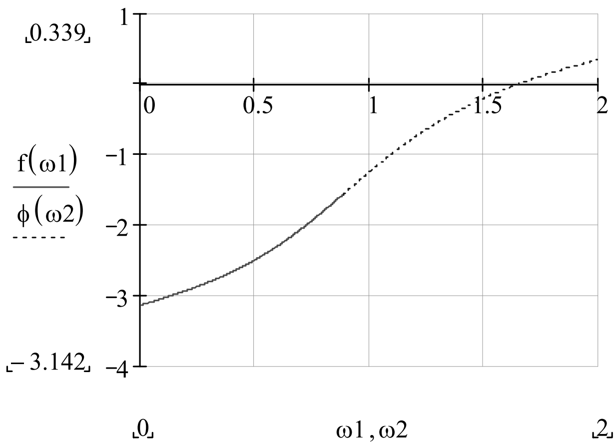
V(w) – мнимая часть функции;

A(w) – функции радиусвектора.

19. Избавляемся от разрыва в ФЧХ

Избавится от разрыва в ФЧХ можно двумя способами:

1. Разбиваем функцию на несколько и рисуем каждую по отдельности.

Определяем функцию ФЧХ и строим ее график. $\omega := 0, 0.001 .. 2$ $\phi(\omega) := \operatorname{atan}\left(\frac{\omega^5 - 2\cdot\omega^3 - 2\cdot\omega}{2\cdot\omega^4 + \omega^2 - 2}\right)$	
Находим значения ω, при которых происходит разрыв функции φ(ω). Для этого составляем вектор коэффициентов ***c*** из числителя U(ω). ($2\cdot\omega^4 + \omega^2 - 2$)	$c := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
Производим поиск решений.	w := polyroots(c)
Выводим решение на экран. Наиболее подходящее решение w=0.884. При ω=0 функция φ(ω) должна быть равна –π (см. график АФЧХ), а не 0 как мы видели из графика.	$w = \begin{pmatrix} -1.132 \\ 0.884i \\ -0.884i \\ 1.132 \end{pmatrix}$
Конструируем функцию учитывающую разрывность арктангенса и строим ее график. $\phi(\omega) := \operatorname{atan}\left(\frac{\omega^5 - 2\cdot\omega^3 - 2\cdot\omega}{2\cdot\omega^4 + \omega^2 - 2}\right)$ $\omega1 := 0, 0.001 .. 0.883$ $\omega2 := 0.884, 0.885 .. 2$ $f(\omega1) := \phi(\omega1) - \pi$	

2. Изготавливаем составную функцию ***m(x)***:

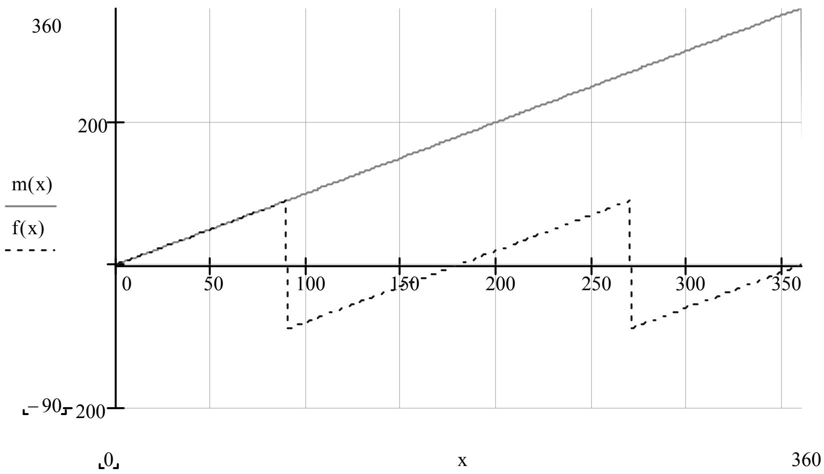
- Запись в одну строку

$x := 0..360$

$V(x) := \sin(x \cdot deg) \qquad U(x) := \cos(x \cdot deg)$

$$f(x) := \frac{\operatorname{atan}\left(\frac{V(x)}{U(x)}\right)}{deg}$$

$m(x) := if(V(x) \geq 0 \wedge U(x) \geq 0, f(x), if(U(x) < 0, f(x) + 180, if(V(x) < 0 \wedge U(x) \geq 0, f(x) + 360, 0)))$



$$m(x) := \begin{cases} f(x) & \text{if } V(x) \geq 0 \wedge U(x) \geq 0 \\ (f(x) + 180) & \text{if } U(x) < 0 \\ (f(x) + 360) & \text{if } V(x) < 0 \wedge U(x) \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Запись в несколько строк

Часть 2. Пример оформления курсовой работы.

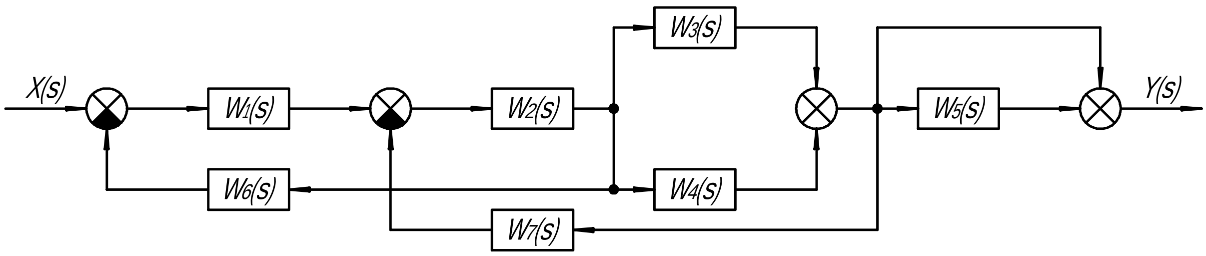
Вариант ________________

Шифр ________________

Группа ________________

Задание.

Имеется структурная схема САУ следующего вида.



,где

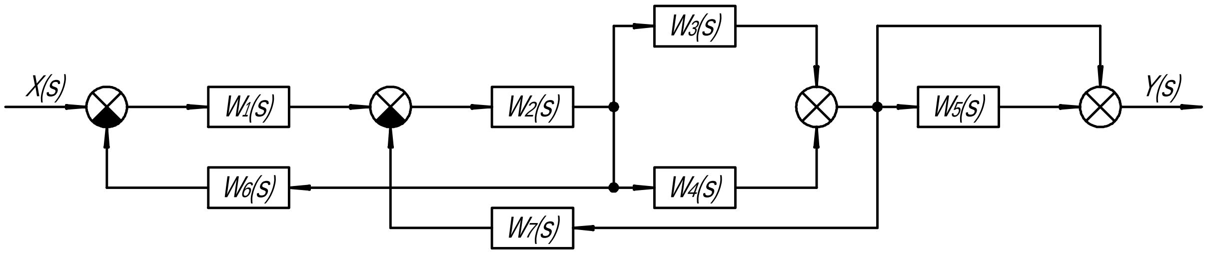
$k_1 = 1$ $k_2 = 1$ $k_3 = 1$ $k_4 = 1$ $k_5 = 1$ $k_6 = 1$ $k_7 = 1$	$T_3 = 1$ $T_5 = 1$ $T_6 = 1$ $T_7 = 1$ $T_8 = 1$ $\xi = 1$	$W_1(s) = k_1$ $W_2(s) = \frac{k_2}{s}$ $W_3(s) = \frac{k_3}{T_3 \cdot s + 1}$ $W_4(s) = k_4 \cdot s$	$W_5(s) = \frac{k_5}{T_5^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi \cdot T_5 \cdot s + 1}$ $W_6(s) = \frac{k_6 \cdot s}{T_6 \cdot s + 1}$ $W_7(s) = \frac{k_7}{(T_7 \cdot s + 1) \cdot (T_8 \cdot s + 1)}$

Необходимо:

1. Получить эквивалентную функцию.
2. Построить АЧХ, ФЧХ, АФЧХ и ЛАЧХ**.**
3. Построить переходный процесс при помощи трапециидальных характеристик.
4. Определить устойчивость по критерию Гурвица.
5. Определить устойчивость по критерию Михайлова.
6. Построить логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы.

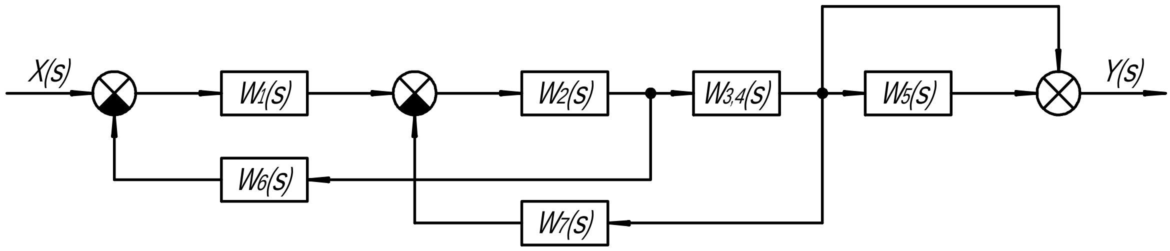
7. Построить переходный процесс разомкнутой системы при помощи обратного преобразования Лапласа и провести по нему оценку качества.
8. Исследовать устойчивость системы методом D-разбиения относительно общего коэффициента усиления.
9. Построить желаемую ЛАЧХ и выбрать схему и параметры корректирующего устройства.

1. Получение эквивалентной функции системы.



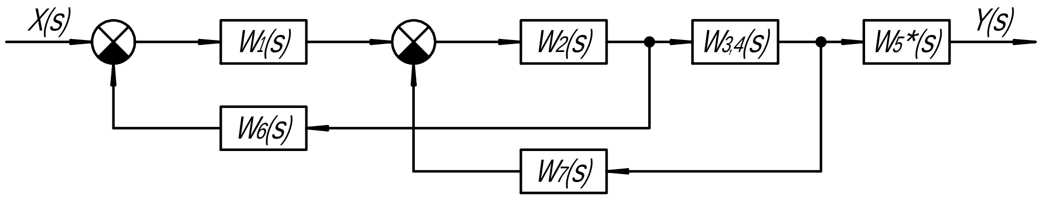
Воспользуемся эквивалентными преобразованиями.

Объединяем звено $W_3(s)$ и $W_4(s)$ в $W_{3,4}(s)$



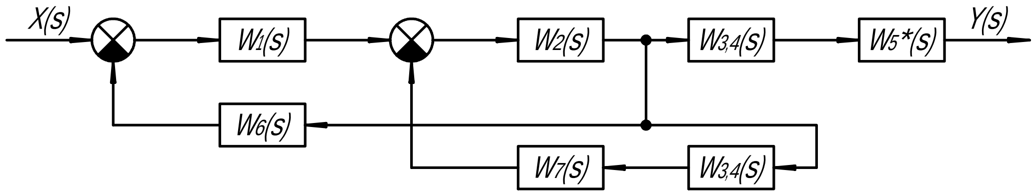
$W34 := W3 + W4$

Убираем сумматор, учитывая его в звене $W_5^*(s)$

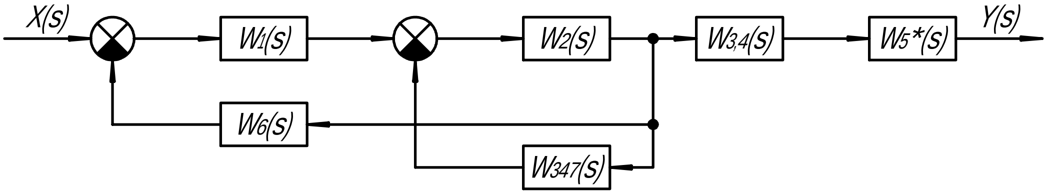


$W5x := 1 + W5$

Переносим узел находящийся между $W_{3,4}(s)$ и $W_5^*(s)$



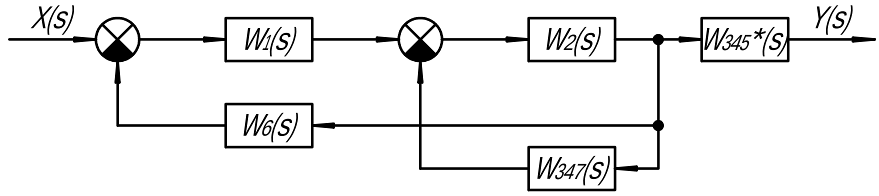
Объединяем звено $W_{3,4}(s)$ и $W_7(s)$ в звено $W_{347}(s)$



$W347 := W34 \cdot W7$

$W347 \text{ simplify} \rightarrow (W3 + W4) \cdot W4$

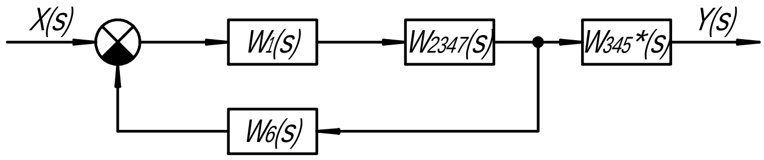
Объединяем звено $W_{3,4}(s)$ и $W_5^*(s)$ в звено $W_{345}^*(s)$



$$W345x := W34 \cdot W5x$$

$$W345x \ \ simplify \rightarrow (W3 + W4) \cdot (1 + W5)$$

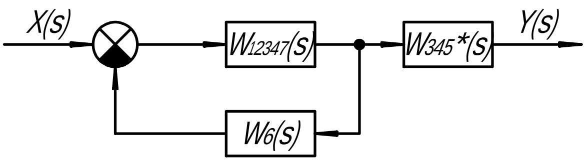
Объединяем звено $W_2(s)$ и $W_{347}(s)$ в звено $W_{2347}(s)$



$$W2347 := \frac{W2}{1 + W2 \cdot W347}$$

$$W2347 \ \ simplify \rightarrow \frac{W2}{1 + W2 \cdot (W3 + W4) \cdot W7}$$

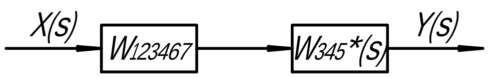
Объединяем звено $W_1(s)$ и $W_{2347}(s)$ в звено $W_{12347}(s)$



$$W12347 := W1 \cdot W2347$$

$$W2347 \ \ simplify \rightarrow \frac{W1 \cdot W2}{1 + W2 \cdot (W3 + W4) \cdot W7}$$

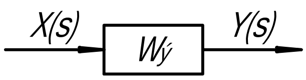
Объединяем звено $W_6(s)$ и $W_{12347}(s)$ в звено $W_{123467}(s)$



$$W123467 := \frac{W12347}{1 + W6 \cdot W12347}$$

$$W23467 \ \ simplify \rightarrow \frac{W1 \cdot W2}{1 + W2 \cdot (W3 + W4) \cdot W7 + W1 \cdot W2 \cdot W6}$$

Объединяем звено $W_{345}(s)$ и $W_{123467}(s)$ в звено $W_э(s)$



$W := W345x \cdot W12347$

$$W \ simplify \rightarrow \frac{W1 \cdot W2 \cdot (W3 + W4) \cdot (1 + W5)}{1 + W2 \cdot (W3 + W4) \cdot W7 + W1 \cdot W2 \cdot W6}$$

Подставим числовые значения, тем самым, задав начальные данные

$W1 := 1$ $W2 := \frac{1}{s}$ $W3 := \frac{1}{1 \cdot s + 1}$ $W4 := 1 \cdot s$	$W5 := \frac{1}{1 \cdot s^2 + 2 \cdot s + 1}$ $W6 := \frac{1 \cdot s}{1 \cdot s + 1}$ $W7 := \frac{1}{(1 \cdot s + 1) \cdot (1 \cdot s + 1)}$

$$W \ simplify \rightarrow \frac{(s^2 + 2 \cdot s + 2) \cdot (s^2 + s + 1)}{s^4 + 4 \cdot s^3 + 6 \cdot s^2 + 3 \cdot s + 1}$$

2. Построение АЧХ, ФЧХ, АФЧХ и ЛАЧХ.

Произведем разбиение

$$W(s) := \frac{a(s)}{b(s)}$$

$a(s) := (s^2 + 2 \cdot s + 2) \cdot (s^2 + s + 1)$

$a(s) expend \rightarrow s^4 + 3 \cdot s^3 + 5 \cdot s^2 + 4 \cdot s + 2$

$a(s) := s^4 + 3 \cdot s^3 + 5 \cdot s^2 + 4 \cdot s + 2$

$b(s) := s^4 + 4 \cdot s^3 + 6 \cdot s^2 + 3 \cdot s + 1$

Произведем замену s на j·ω.

$j := \sqrt{-1}$

$a(\omega) := a(s) substitute, s = j \cdot \omega \rightarrow \omega^4 - 3 \cdot j \cdot \omega^3 - 5 \cdot \omega^2 + 4 \cdot j \cdot \omega + 2$

$A(\omega) := Re(a(s)) complex \rightarrow \omega^4 - 5 \cdot \omega^2 + 2$

$B(\omega) := Im(a(s)) complex \rightarrow -3 \cdot \omega^3 + 4 \cdot \omega$

$b(\omega) := b(s) substitute, s = j \cdot \omega \rightarrow \omega^4 - 4 \cdot j \cdot \omega^3 - 6 \cdot \omega^2 + 3 \cdot j \cdot \omega + 1$

$C(\omega) := Re(b(s)) complex \rightarrow \omega^4 - 6 \cdot \omega^2 + 1$

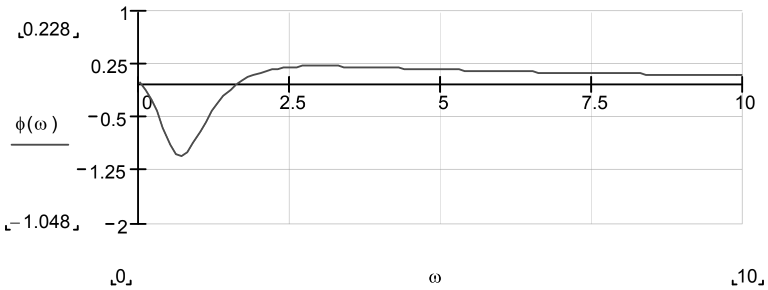
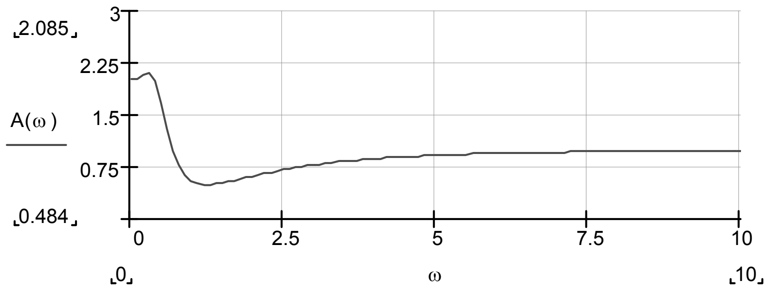
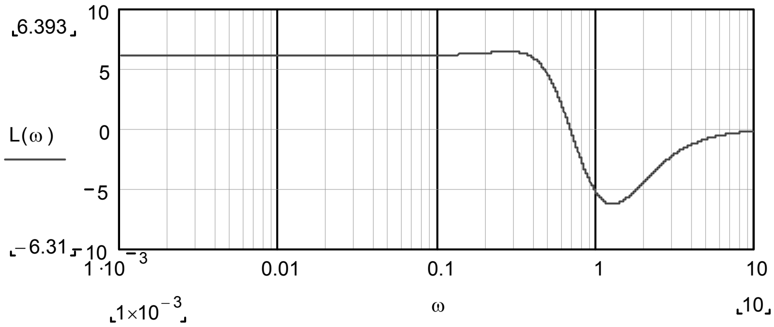
$D(\omega) := Im(b(s)) complex \rightarrow -4 \cdot \omega^3 + 3 \cdot \omega$

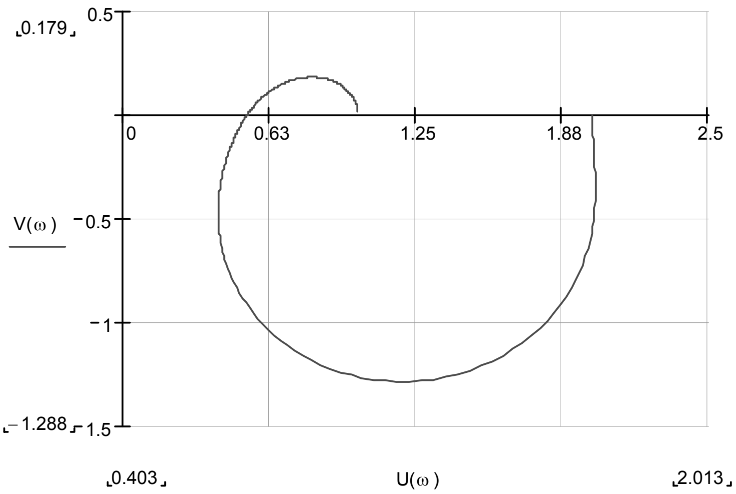
Выделяем вещественную часть.

$$U(\omega) := \frac{A(\omega)\cdot C(\omega) + B(\omega)\cdot D(\omega)}{C(\omega)^2 + D(\omega)^2}\,simplify \rightarrow \frac{\omega^8 + \omega^6 + 8\cdot\omega^4 - 5\cdot\omega^2 + 2}{\omega^8 + 4\cdot\omega^6 + 14\cdot\omega^4 - 3\cdot\omega^2 + 1}$$

Выделяем мнимую часть.

$$V(\omega) := \frac{B(\omega)\cdot C(\omega) - A(\omega)\cdot D(\omega)}{C(\omega)^2 + D(\omega)^2}\,simplify \rightarrow \frac{\omega^7 - \omega^5 - 4\cdot\omega^3 - 2\cdot\omega}{\omega^8 + 4\cdot\omega^6 + 14\cdot\omega^4 - 3\cdot\omega^2 + 1}$$

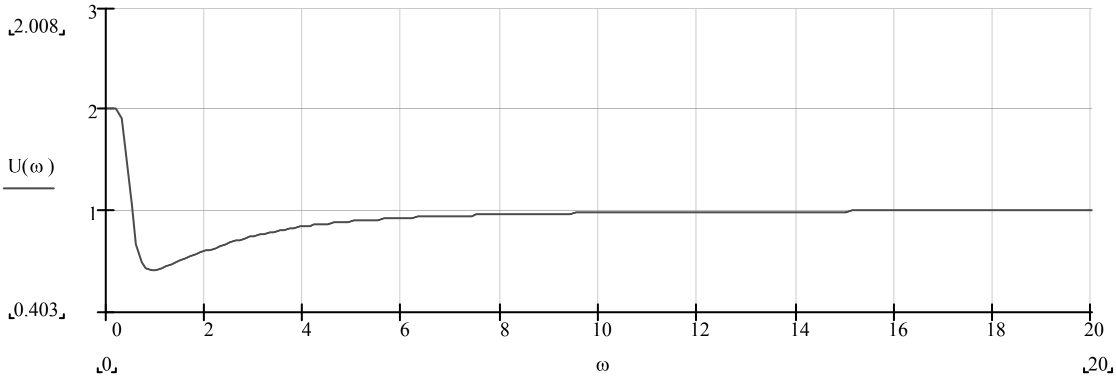
Определяем функцию ФЧХ и строим ее график. $\omega := 0, 0.1 .. 10$ $\varphi(\omega) := atan\left(\frac{V(\omega)}{U(\omega)}\right)$	
Определяем функцию АЧХ и строим ее график. $\omega := 0, 0.1 .. 10$ $A(\omega) := \sqrt{U(\omega)^2 + V(\omega)^2}$	
Определяем функцию ЛАЧХ и строим ее график. $\omega := 0, 0.001 .. 10$ $L(\omega) := 20\cdot\log(A(\omega))$	

Строим АФЧХ (зависимость V(ω) от U(ω)). $\omega := 0,0.01..10$	

3. Построение переходного процесса при помощи трапециидальных характеристик.

Построим реальную часть эквивалентной функции
$\omega := 0,0.1..20$

$$U(\omega) := \frac{\omega^8 + \omega^6 + 8\cdot\omega^4 - 5\cdot\omega^2 + 2}{\omega^8 + 4\cdot\omega^6 + 14\cdot\omega^4 - 3\cdot\omega^2 + 1}$$



Разобьем ВЧХ на трапеции.

4. Определение устойчивости по критерию Гурвица.

Характеристическое уравнение будет иметь вид

$$D(s) := s^4 + 4\cdot s^3 + 6\cdot s^2 + 3\cdot s + 1$$

Найдем коэффициенты характеристического уравнения

$$a_4 := 1;\ a_3 := 4;\ a_2 := 6;\ a_1 := 3;\ a_0 := 1$$

Составим определитель Гурвица

$$\Delta := \begin{pmatrix} a_4 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & 0 & a_3 & a_1 \end{pmatrix}$$

$$|\Delta| = 47$$

Найдем определители главных миноров

$$\Delta 1 := (a_4)$$

$$|\Delta 1| = 1$$

$$\Delta 2 := \begin{pmatrix} a_4 & a_2 \\ 0 & a_3 \end{pmatrix}$$

$$|\Delta 2| = 4$$

$$\Delta 3 := \begin{pmatrix} a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \\ 0 & a_4 & a_2 \end{pmatrix}$$

$$|\Delta 3| = 21$$

$$\Delta 4 := \begin{pmatrix} a_4 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & 0 & a_3 & a_1 \end{pmatrix}$$

$$|\Delta 4| = 47$$

Система устойчива, т.к. главные миноры больше 0.

5. Определение устойчивости по критерию Михайлова.

Характеристическое уравнение будет иметь вид

$$D(s) := s^4 + 4 \cdot s^3 + 6 \cdot s^2 + 3 \cdot s + 1$$

Произведем замену s на j·ω.

$$j := \sqrt{-1}$$

$$D(\omega) := D(s)\,substitute, s = j \cdot \omega \rightarrow \omega^4 - 4 \cdot j \cdot \omega^3 - 6 \cdot \omega^2 + 3 \cdot j \cdot \omega + 1$$

Выделяем вещественную часть.

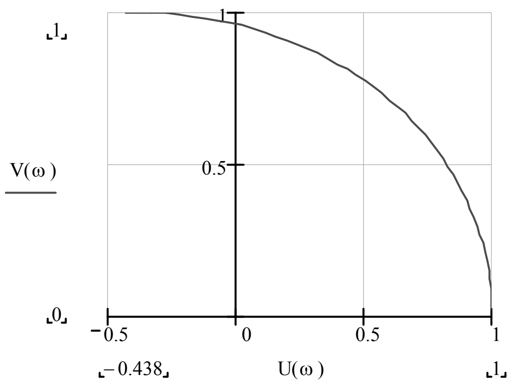
$$U(\omega) := Re(D(\omega))\,complex \rightarrow \omega^4 - 6 \cdot \omega^2 + 1$$

Выделяем мнимую часть.

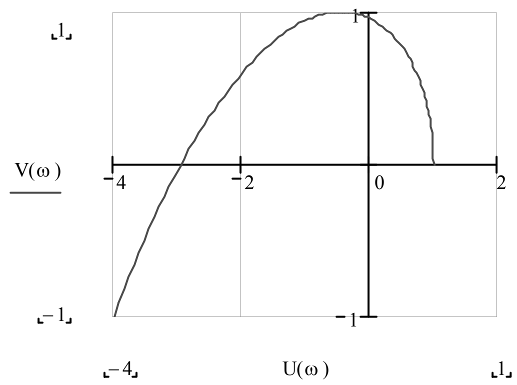
$$V(\omega) := Im(D(\omega))\,complex \rightarrow -4 \cdot \omega^3 + 3 \cdot \omega$$

Строим годограф Михайлова

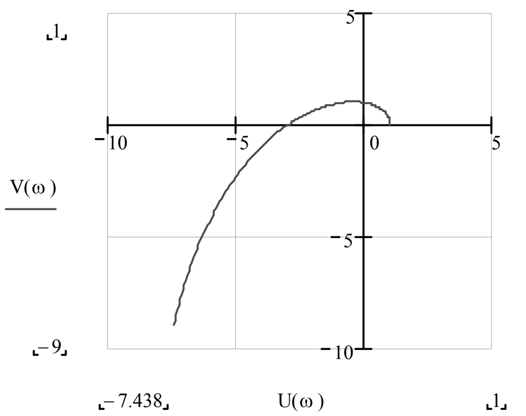
$\omega := 0, 0.001 .. 0.5$



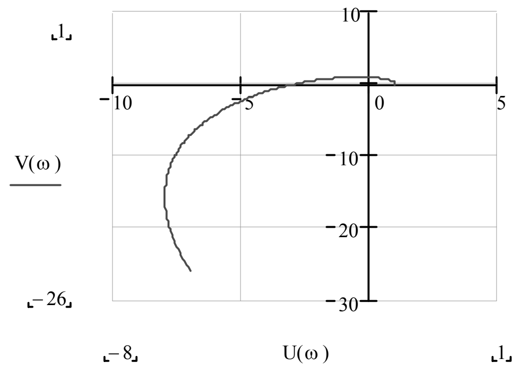
$\omega := 0, 0.001 .. 1$



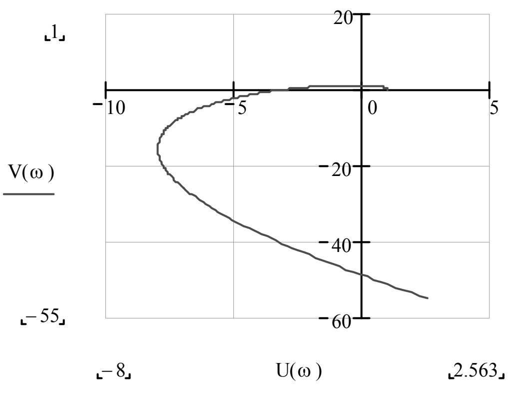
$\omega := 0, 0.001 .. 1.5$



$\omega := 0, 0.001 .. 2$



$\omega := 0, 0.001 .. 2.5$



Система устойчива, т.к. годограф Михайлова уходит в бесконечность во 4-м квадранте.

6. Построение логарифмических характеристик разомкнутой системы.

Уравнение замкнутой системы (см. п. 1).

$$W(s) := \frac{(s^2 + 2 \cdot s + 2) \cdot (s^2 + s + 1)}{s^4 + 4 \cdot s^3 + 6 \cdot s^2 + 3 \cdot s + 1}$$

Найдем уравнение разомкнутой системы.

$$Wr(s) := \frac{W(s)}{1 - W(s)} \, simplify \rightarrow \frac{(s^2 + 2 \cdot s + 2) \cdot (s^2 + s + 1)}{s^3 + s^2 - s - 1}$$

Произведем замену s на j·ω.

$$j := \sqrt{-1}$$

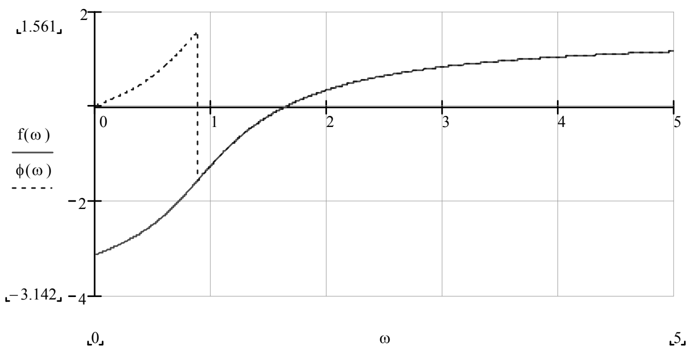
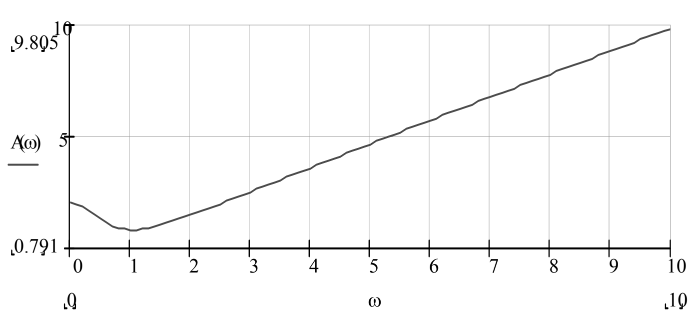
$$Wr(\omega) := Wr(s) \, substitute, s = j \cdot \omega \rightarrow \frac{(-\omega^2 + 2 \cdot j \cdot \omega + 2) \cdot (-\omega^2 + j \cdot \omega + 1)}{-j \cdot \omega^3 - \omega^2 - j \cdot \omega - 1}$$

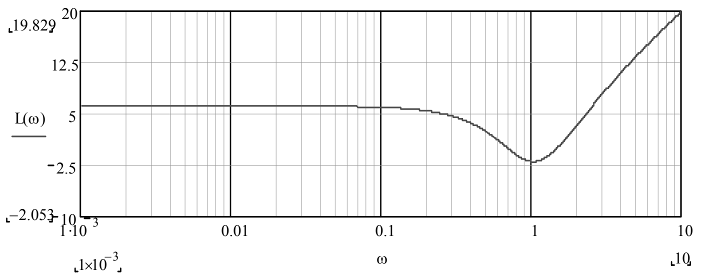
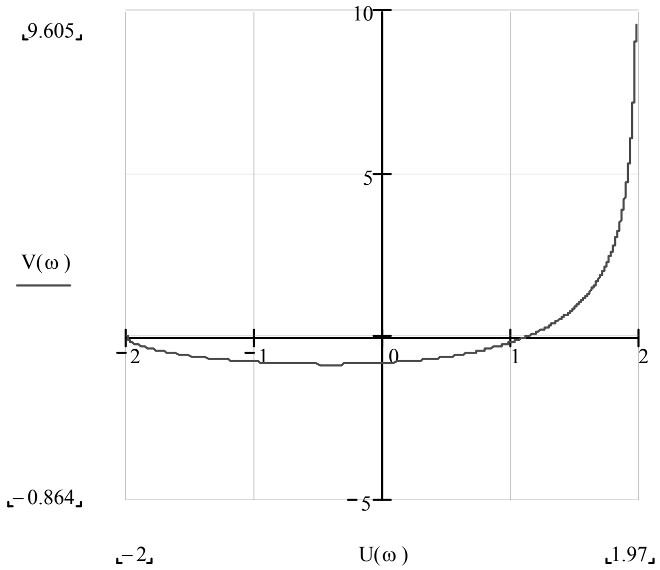
Выделяем вещественную часть.

$$U(\omega) := Re(Wr(\omega)) \Big| \begin{matrix} complex \\ simplify \end{matrix} \rightarrow \frac{2 \cdot \omega^4 + \omega^2 - 2}{\omega^4 + 2 \cdot \omega^2 + 1}$$

Выделяем мнимую часть.

$$V(\omega) := Im(Wr(\omega)) \Big| \begin{matrix} complex \\ simplify \end{matrix} \rightarrow \frac{\omega^5 - 2 \cdot \omega^3 - 2 \cdot \omega}{\omega^4 + 2 \cdot \omega^2 + 1}$$

<table>
<tr>
<td>Конструируем функцию учитывающую разрывность арктангенса и строим ее график.
$f(\omega) := \begin{cases} \varphi(\omega) - \pi & if \ \omega \le 0.884 \\ \varphi(\omega) & if \ \omega > 0.884 \end{cases}$</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Определяем функцию АЧХ и строим ее график.
$\omega := 0, 0.1..10$
$A(\omega) := \sqrt{U(\omega)^2 + V(\omega)^2}$</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Определяем функцию ЛАЧХ и строим ее график. $\omega := 0, 0.001..10$ $L(\omega) := 20 \cdot \log(A(\omega))$	
Строим АФЧХ (зависимость V(ω) от U(ω)). $\omega := 0, 0.01..10$	

7. Построение переходного процесса разомкнутой системы при помощи обратного преобразования Лапласа.

Уравнение разомкнутой системы (см. п. 6).

$$Wr(s) := \frac{(s^2 + 2 \cdot s + 2) \cdot (s^2 + s + 1)}{s^3 + s^2 - s - 1}$$

Произведем обратное преобразование Лапласа.

$$Wr(s)\ invlaplace, s \rightarrow 3 \cdot \Delta(t) + \frac{15}{4} \cdot \exp(t) - \frac{1}{2} \cdot t \cdot \exp(-t) + \frac{1}{4} \cdot \exp(-t)$$

Определим дельта - функцию или функцию Дирака.

$$\Delta(t) := \begin{vmatrix} 0 \text{ if } t \neq 0 \\ 1 \text{ if } t = 0 \end{vmatrix}$$

Определяем функцию переходного процесса и строим график.

$$h(t) := 3 \cdot \Delta(t) + \frac{15}{4} \cdot \exp(t) - \frac{1}{2} \cdot t \cdot \exp(-t) + \frac{1}{4} \cdot \exp(-t)$$

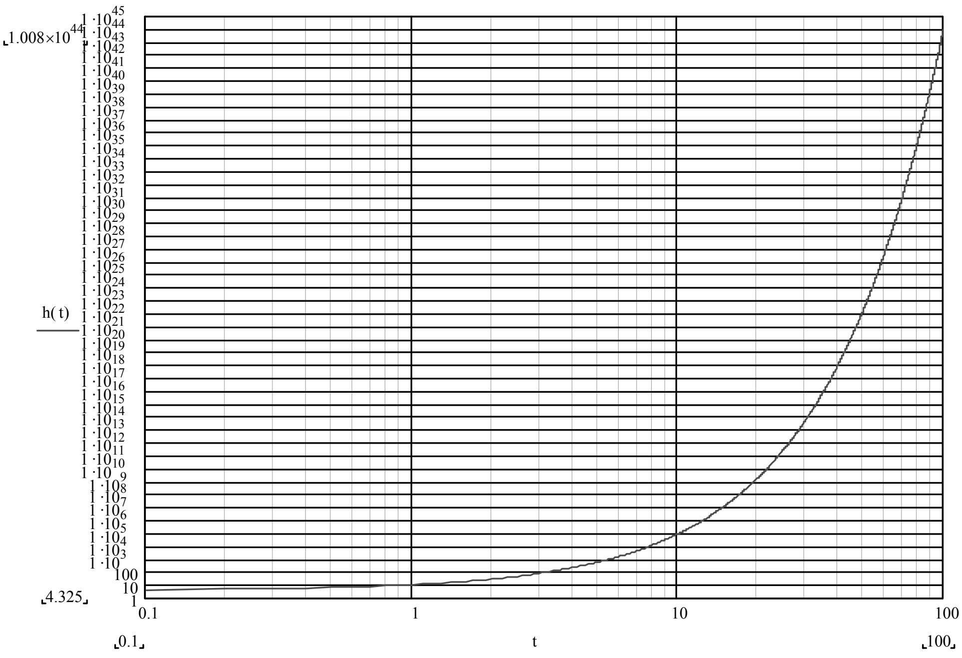
$t := 0, 0.1 .. 100$	

Рисунок 7. График переходного процесса разомкнутой системы.

Разомкнутая система не устойчива, т.к. график уходит в бесконечность.